

Jukka Kuisma

Riemannin zeta-funktio

Selitys hypoteesille ja nollakohtien synnylle

Riemannin zeta-funktio

Selitys hypoteesille ja nollakohtien synnylle

Jukka Kuisma

BoD - Books on Demand

© 2016 Jukka Kuisma

Kustantaja: BoD - Books on Demand GmbH, Helsinki, Suomi

Valmistaja: BoD - Books on Demand GmbH, Norderstedt, Saksa

ISBN: 978-952-339-422-3

Sisältö

1	Johdatus tutkimuksen käsitteisiin	1
1.1	Alkuluvulla jaolliset pisteet lineaarisella asteikolla	1
1.2	Alkuluvulla jaollisten pisteiden tiheyskerroin	5
1.3	Alkuluvun potensseilla jaolliset pisteet reaalilukujoukossa	8
1.4	Alkuluvun potenssilla jaolliset pisteet kompleksilukujoukossa	13
1.4.1	Reaali- ja imaginäärikomponenttien tarkastelua	16
1.4.2	Kosini-funktion etumerkin merkitys	17
1.4.3	Muuttujan x vaikutus tiheysfunktion arvoihin	19
1.4.4	Tiheysfunktion havainnollistaminen	21
2	Mitä zeta-funktio laskee?	24
2.1	Zeta-funktion tarkastelua	24
2.2	Zeta-funktion käänteisfunktio	25
2.2.1	Käänteisfunktion esitystavat	25
2.2.2	Osafunktion toiminnan tarkastelua	25
2.2.3	Osafunktion kuvaajan tarkastelua	27
2.2.4	Laajemman osafunktion kuvaaja	30
2.2.5	Uusi käänteisfunktion kaavan esitystapa	32
2.3	Jatkoa zeta-funktion tarkastelulle	32
2.4	Alkuluku 2 erityistapauksena	37
2.5	Huomio zeta-funktion hajaantumisesta	39
3	Eeta-funktio	40
3.1	Huomio eeta-funktion suppenemiseen liittyen	43
4	Riemannin hypoteesin selitys	44
4.1	Arvon $x = 1/2$ merkitys zeta-funktiossa	44
4.2	Zeta-funktion komponentit ja kulma π	47
4.2.1	Johdanto reaaliluku-funktioiden avulla	47
4.2.2	Kompleksiluku-osafunktiot polaarikoordinaatistossa	49
5	Nollakohtien sijainnista	51
5.1	Nollakohdan sijainti zeta-funktion käänteisfunktion näkökulmasta	52
5.2	Nollakohdan sijainti zeta-funktion näkökulmasta	58

Esipuhe

Riemannin zeta-funktio ei paljasta salaisuuksiaan helpolla, kuten varmastikin kaikki sitä tutkineet ovat joutuneet toteamaan. Laajasta yli vuosisadan jatkuneesta tutkimustyöstä huolimatta yksi sen merkittävimmistä ominaisuuksista, Riemannin hypoteesi ”kaikkien zeta-funktion epätriviaalien nollakohtien reaaliosa on puoli” [1, s. 138] on yhä todistamatta.

Omalla kohdallani on vaatinut vuosien harrastustyönä tehdyn pohdiskelun ja tutkimisen, ennen kuin voin sanoa ymmärtäväni tuon funktion toiminnan pääpiirteissään. Tähän on tarvittu monia tavanomaisen ajatusmallin laajennuksia, sekä useita hitaasti kirkastuneita oivalluksia, joista olennaisimpia ovat olleet:

- alkuluvulla jaollisten pisteiden määrä -funktion muuntaminen jatkuvaksi funktioksi
- alkulukujen potensseilla jaollisuuden tarkastelu alkuluvulla jaollisuuden sijaan
- edellä mainitun jaollisuustarkastelun laajentaminen alkulukujen reaali- ja kompleksilukupotensseihin
- osafunktion $f(s) = p^s$ toiminta zeta-funktiossa, ja $f^{-1}(s) = p^{-s}$ toiminta sen käänteisfunktiossa
- oivallus siitä, mitä zeta-funktio ja sen käänteisfunktio laskee
- oivallus siitä, mitä eeta-funktio laskee
- oivallus siitä, miksi suora $x = 1/2$ on erityisasemassa zeta-funktion määrittelyjoukossa
- oivallus siitä, miten zeta- ja eeta-funktion nollakohdat syntyvät.

Näiden pohjalta rohkenen väittää Riemannin hypoteesin olevan tosi. Pyrin tällä teoksella ni esittelemään miksi näin on, ja miten nollakohdat syntyvät. Edellä luetellut oivallukset esiintyvät tekstissä suurin piirtein tuon listan mukaisessa järjestyksessä.

Tässä tutkimuksessa olennaista on zeta-funktion toiminnan oivaltaminen uutta näkökulmaa käyttäen, eikä siinä käytetä vaativia matemaattisia menetelmiä. Tulokset pyritään esittämään kaikille asian harrastajille sopivassa muodossa, ja teoksessani korostuu runsas kaavioiden käyttö sekä sanallinen kuvaus. Työni pyrkii olemaan eräänlainen uusi

polku läpi tuntemattoman metsän, jonka päälle voidaan luoda myöhemmin sileä tie formaalimman matemaattisen kuvauksen keinoin.

Esittämäni lähdeviittausten määrä on pieni. Tämä johtuu siitä, että en ole vielä löytänyt muualta juurikaan kirjallisuutta, joka käsittelee omia havaintojani. Mikäli syynä tähän on oma tietämättömyyteni alan kirjallisuudesta, pyydän tätä nöyrästi etukäteen anteeksi, ja pyrin parhaani mukaan lisäämään asiaan kuuluvat lähdeviittaukset.

Jukka Kuisma
jukka.kuisma@live.fi
Lahti, Suomi
lokakuussa 2016

Tiivistelmä

Lyhyt tiivistelmä

Riemannin zeta-funktion käänteisfunktio laskee alkulukujen potensseilla jaottomien pisteiden tiheyttä kompleksilukujoukossa. Eeta-funktio poikkeaa siitä siten, että sen käänteisfunktio laskee luvun kaksi potenssilla jaottomien pisteiden sijaan kahden potenssilla jaollisten pisteiden tiheyttä. Eeta-funktion käänteisfunktio osuu maksimipisteisiinsä silloin, kun sen kaikki tekijät osuvat yhtäaikaan pisteisiin, jossa parittomien alkuluvun potenssilla jaottomien pisteiden tiheys on maksimissaan, ja kahden potenssilla jaollisten pisteiden tiheys on maksimissaan. Sekä zeta- että eeta-funktion nollakohdat ovat näissä pisteissä. Tämä on mahdollista määrittelyjoukon reaalilukuosan $\text{Re}(s)$ arvovälillä $(0,1)$ vain silloin, kun $\text{Re}(s) = 1/2$, koska alkuluvun potenssilla jaollisuuden minimi on luvun neliöjuuren kohdalla. Siksi Riemannin hypoteesi on tosi.

Mitä Riemannin zeta-funktio oikeastaan laskee? Miten tuon funktion nollakohdat syntyvät, ja mikä määrää niiden sijainnin? Onko Riemannin hypoteesi tosi vai epätosi?

Näihin kysymyksiin esitetään tässä kirjassa vastauksia uudesta näkökulmasta käsin. Kirja näyttää havainnollisesti sekä kuvin että sanoin, kuinka alkuluvulla jaollisuuden käsitteen laajentaminen alkuluvun potenssilla jaollisuuteen kompleksilukujoukossa avaa keinon vastata edellä mainittuihin kysymyksiin. Teos on suunnattu kaikille aiheesta kiinnostuneille.



BoDTM
BOOKS on DEMAND

www.bod.fi