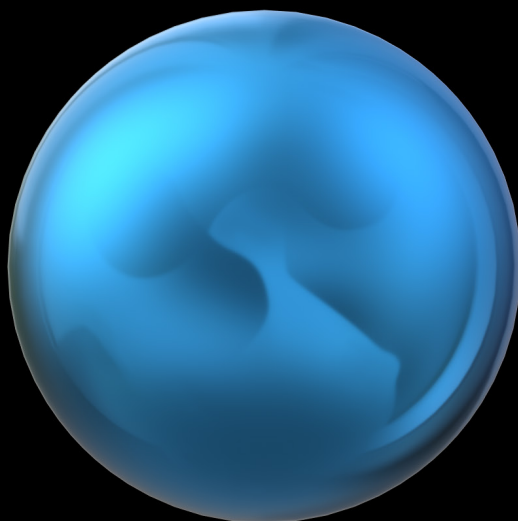




U. Kivi

Painovoima

Newtonin ja Einsteinin teoria helpolla tavalla

Painovoima

Newtonin ja Einsteinin
teoria helpolla tavalla

U. KIVI

Painovoima

Newtonin ja Einsteinin
teoria helpolla tavalla

© 2020 U. Kivi

2. Korjattu painos

Päällys ja taitto: Books on Demand

Kustantaja: BoD – Books on Demand, Helsinki, Suomi

Valmistaja: BoD – Books on Demand, Norderstedt, Saksa

ISBN: 978-952-80-7768-8

Sisällysluettelo

Esipuhe	7
Luku 1: Klassinen gravitaatio	9
1.1 Kappaleen rata	9
1.2 Elliptinen rata	10
1.3 Elliptinen rata napakoordinaateissa	14
1.4 Ympyrärata	17
1.5 Vapaa putoaminen (suora rata)	18
Luku 2: Suhteellisuusteoria	21
2.1 Johdanto	21
2.2 Minkowskin avaruus	21
2.3 Painovoimakoordinaatisto	23
2.4 Painovoimakoordinaatisto keskeiskentälle	27
2.5 Schwarzschildin ratkaisu	27
2.6 Yleinen ratkaisu	29
2.7 Putoaminen eli yksi paikkadimensio	31
2.8 Planeetan liike keskeiskentässä tasossa	40
2.9 Erikoisen ja yleisen suhteellisuusteorian yhteys	55
2.10 Valonnopeus ja punasiirtymä	56
2.11 Punasiirtymä ja aika	61
Viitteet	63
Liite 1: Koordinaatistomuunnos	63
Liite 2: Merkuriuksen rata, klassinen ratkaisu, integroimisjako x3000	67
Liite 3: Merkuriuksen rata, relativistinen ratkaisu, integroimisjako x3000	68
Liite 4: Ohjelmalistaus, klassinen ratkaisu, integroimisjako x3000	70

Esipuhe

Tässä on esitetty harrastelijan näkemys planeettojen liikkeen ratkaisusta sekä klassisen mekaniikan että suhteellisuusteorian mukaisesti. Klassinen mekaniikka käsitellään päinvastaisessa järjestyksessä verrattuna normaalimenettelyyn. Lähtökohtana on elliptinen rata, josta johdetaan kiihtyvyys ja voima. Näin tulokset saadaan matemaattisesti helpommin kuin normaalimenettelyssä. Klassisen mekaniikan tuloksia käytetään lähtökohtana laskettaessa rataa suhteellisuusteorian mukaan.

Suhteellisuusteoreettisessa osassa kappaleessa 2.6 'Yleinen ratkaisu' esitellään ehdotelma suhteellisuusteorian metriikan ratkaisuksi yleisessä tapauksessa. Kyseessä on Schwarzschildin ratkaisun yleistys mielivaltaisen avaruuden massajakautuman tapaukseen. Menetelmälle voidaan esittää melkein matemaattinen perustelu. Avainkysymys on, onko integrointi yhden pallon yli laskettaessa Newtonin gravitaatiokenttää jotenkin erikoisasemassa verrattuna integrointiin vaikkapa kahden pallon yli (avaruusalus maan ja kuun välissä).

Kappaleessa 2.7 'Putoaminen eli yksi paikkadimensio' esitetään suhteellisuusteoreettinen ratkaisu putoamisliikkeelle (nopeus ja kiihtyvyys paikan funktiona). Tulokseen on päästy tekemällä Eulerin ratayhtälöt eri tavalla kuin normaalisti. Ratkaisu on tarkastettu sijoittamalla normaaleihin Eulerin yhtälöihin, jotka toteutuvat identtisesti.

Kappaleessa 2.8 'Planeetan liike keskeiskentässä tasossa' ratkaistaan kaksiulotteiset Eulerin yhtälöt vastaavalla tavalla kuin kappaleessa 2.7 yksiulotteiset Eulerin yhtälöt. Kappaleiden 2.7 ja 2.8 tulokset ovat siinä mielessä konsistentteja, että äärettömän pitkän isoakselin tapauksessa kaksiulotteinen ratkaisu lähestyy yksiulotteista ratkaisua. Lisäksi sekä kaksiulotteinen ratkaisu että yksiulotteinen ratkaisu lähestyvät klassista ratkaisua, kun annetaan valonnopeuden lähestyä ääretöntä. Erikoista uudessa ratkaisutavassa on, että se antaa ratayhtälön vakiotermiin pienen korjauksen verrattuna aiempiin ratkaisuihin. Merkuriuksen radan kohdalla korjauksen suuruus on noin 40 miljoonasosa normaalista vakioista, mutta korjauksen merkitys kasvaa lähempänä gravitaatiokeskusta.

Kirjasen lopussa on muutama spekulatiivinen kappale, jotka voi tulkita lähinnä löysiksi ehdotelmiksi siitä, miten suhteellisuusteorian fysiikka voisi toimia.

Kyseessä on siis harrastelijan näkemys suhteellisuusteoriasta. Toivottavasti kirjanen osuus myös suhteellisuusteorian ammattilaisten käsiin, jotta kappaleiden 2.6 'Yleinen ratkaisu', 2.7 'Putoaminen eli yksi paikkadimensio' ja 2.8 'Planeetan liike keskeiskentässä tasossa' uusien ratkaisujen totuusarvo tulisi arvioiduksi.

Helsinki 1.1.2019 U.Kivi

Luku 1: Klassinen gravitaatio

1.1 Kappaleen rata

Kun planeetan liikkeen kuvaamiseksi luodaan teoriaa, otetaan yleensä lähtökohdaksi paikkariippuva gravitaatiovoima. Voima aiheuttaa planeetalle kiihtyvyyden ja kiihtyvyydestä voidaan laskea planeetan rata. Historiallisesti tilanne on luonnollisesti päinvastainen, ensin tehtiin havainnot planeetan radasta ja radan perusteella luotiin teoria planeetan liikkeen kuvaamiseksi. Tässä klassisen mekaniikan esityksessä noudatetaan tätä historiallista järjestystä. Tulokset ovat luonnollisesti samat kuin normaalimenettelyssä, mutta matemaattisesti selvittää jonkin verran helpommalla.

Mekaniikan peruslähtökohtana voidaan siis pitää kappaleen liikerataa. Liikerata voidaan kuvata matemaattisesti antamalla kappaleen x - ja y -koordinaatit ajan t funktiona (rajoitutaan tässä esityksessä kahteen ulottuvuuteen).

$$(1) \quad x = x(t)$$

$$(2) \quad y = y(t)$$

Liikkettä kuvaamaan on kehitetty suureet nopeus ja kiihtyvyys sekä voima, jonka ajatellaan antavan syyn liikkeen muutokselle. Nopeus on kappaleen paikan ensimmäinen aikaderivaatta

$$(3) \quad v_x = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t)$$

$$(4) \quad v_y = \frac{dy(t)}{dt} = \dot{y}(t)$$

ja kiihtyvyys on paikan toinen aikaderivaatta

$$(5) \quad a_x = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \ddot{x}(t)$$

$$(6) \quad a_y = \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = \ddot{y}(t).$$

Voima määritellään massan ja kiihtyvyyden tuloksi

$$(7) \quad F_x = ma_x$$

$$(8) \quad F_y = ma_y.$$

Galilei aikoinaan huomasi, että kaikki kappaleet kiihtyvät gravitaatiokentässä samalla tavalla. Newton toi tavallaan turhaan voiman käsitteen gravitaation kuvaamiseksi. Hänen mukaansa, jos toinen kappale on massaltaan kaksinkertainen, siihen vaikuttaa kaksikertainen voima (painava massa), mutta kiihtyvyys on kuitenkin sama kuin kevyemmällä kappaleella, koska kaksinkertainen massa vaatii kaksinkertaisen voiman saavuttaakseen saman kiihtyvyyden (hidas massa). Jos punnitset jousivaa-alla 1 kg:n ja 2 kg:n massaisia kappaleita, huomaat, että jousi venyy enemmän punnitessasi 2 kg:n kappaletta, joten suuremman voiman vaikutus massiivisempaan kappaleeseen on selvä, mutta ilmeisesti syy seuraussuhde on niin päin, että voima ei aiheuta kiihtyvyyttä, vaan kiihtyvyys aiheuttaa voiman ja sitä suuremman voiman, mitä massiivisempi kappale on. Einstein palasi tälle Galilein alkuperäiselle linjalle luodessaan suhteellisuusteoriaansa.

Lähdetään nyt kehittämään mekaniikkaa lähtien kappaleen radasta.

1.2 Elliptinen rata

Havaintojen mukaan planeetta kulkee auringon ympäri elliptistä rataa, jonka toisessa polttopisteessä aurinko sijaitsee.

Sellaisen ellipsin yleinen yhtälö, jonka keskipiste sijaitsee origossa ja jonka isoakseli sijaitsee x-akselilla (pituus 2a) ja jonka pikkuakseli sijaitsee y-akselilla (pituus 2b), on

$$(1) \quad x = a \cos \Omega(t)$$

Kirjan esitys nojaa vahvasti matematiikkaan ja sen hyvä ymmärtäminen vaatii paikoitellen korkeakoulumatematiikan perustason osaamista. Lukiomatematiikalla ja positiivisella asenteella (tai miksei myös pelkällä positiivisella asenteella) pärjää myös melko hyvin. Sekä klassinen mekaniikka että suhteellisuusteoria käsitellään käyttäen helpompaa matematiikkaa kuin standardiesityksissä. Teorioiden perusrakenne tulee kirjassa selkeästi esiin. Kirjassa esitetään uusia tuloksia koskien suhteellisuusteorian mukaan laskettua kappaleen rataa.

BoD

