

Pasi Laurila



Maan mittauksia

Mittausten laskenta



Pasi Laurila: Maan mittauksia – Mittausten laskenta

Kiitokset

Aloitin tämän kirjan kirjoittamisen syksyllä 2017, jolloin hain Suomen tietokirjailijat ry:n apurahaa luovaan tietokirjalliseen työskentelyyn. Sainkin hakemani apurahan. Nyt on aika julkaista työn tuloksia ja kiittää rahoittajaa saadusta tuesta. Jäin vuoden 2020 alussa eläkkeelle Lapin ammattikorkeakoulun maanmittaustekniikan yliopettajan tehtävästä, jota ehdin hoitaa 23 vuotta. Kiitän entistä työnantajaani siitä, että olen voinut kehittää ja kirjoittaa työhöni liittyen monia tähän kirjaan sisältyviä aiheita, tekstejä ja esimerkkejä.

Rovaniemellä 10.11.2020

Pasi Laurila

Pasi Laurila

MAAN MITTAUKSIA

Mittausten laskenta

© 2020 Pasi Laurila

Kannen suunnittelu: Pasi Laurila
Sisuksen taitto: Pasi Laurila

Kustantaja: BoD – Books on Demand, Helsinki, Suomi
Valmistaja: BoD – Books on Demand, Norderstedt, Saksa

ISBN: 9 789528 035633

Sisällysluettelo

ALKUSANAT	9
KESKEISET KÄSITTEET.....	11
MATEMAATTISET MERKINNÄT.....	15
LYHENTEET	21
1. JOHDANTO	25
1.1 Maan mittaajat.....	25
1.2 Mittausten laskenta	32
1.3 Ohjeita tehtävien tekoon	36
2. MITTAYKSIKÖT.....	39
2.1 Pituus ja kulma	39
2.2 Mittakaava	41
2.3 Merkitsevät numerot	42
2.4 Tehtäviä.....	43
3. KOLMION RATKAISUT	45
3.1 Suorakulmainen kolmio.....	45
3.2 Määräinen kolmio	48
3.3 Tehtäviä.....	49
4. HAVAITSIJAN HORISONTTIJÄRJESTELMÄ	53
4.1 Sijainti ja suuntakulma	53
4.2 Takymetrin orientointi ja geodeettinen käänteistehtävä	56
4.3 Säteittäinen mittaus ja geodeettinen päätehtävä	59
4.4 Trigonometrinen korkeudenmittaus	59
4.5 Tehtäviä.....	61
5. GEODEETTISET LEIKKAUKSET	67
5.1 Mittauksen kolmion ratkaisut	67
5.2 Taaksepäinleikkaus ja vapaa asemapiste.....	70
5.3 Kolmiulotteinen eteenpäinleikkaus	73

5.4 Tehtäviä.....	75
6. PALLO JA PYÖRÄHDYSELLIPSOIDI.....	79
6.1 Maantieteellinen koordinaatisto	79
6.2 Pallotrigonometria	82
6.3 Geodeettinen käänteistehtävä pallolla.....	84
6.4 Geodeettinen päätehtävä pallolla	86
6.5 Pyörähdysellipsoidi.....	86
6.6 Meridiaanin kaarenpituus	89
6.7 Ellipsoidikeskinen suorakulmainen koordinaatisto	91
6.8 Tehtäviä.....	94
7. KARTTAKOORDINAATISTO	97
7.1 Karttaprojektiot.....	97
7.2 Normaaliasentoinen Mercatorin projektio pallolla	100
7.3 Poikittaisasentoinen Mercatorin projektio pallolla	103
7.4 Mercatorin projektioiden kuvaustekniset ominaisuudet	105
7.5 Suomen karttakoordinaatit	106
7.6 Koordinaattikonversiot.....	108
7.7 Kaistanvaihto.....	110
7.8 Ortometrinen ja ellipsoidinen korkeus.....	114
7.9 Suunnat	116
7.10 Tehtäviä.....	120
8. TOISTOMITTAUSTEN HAJONTA	127
8.1 Mittausvirheiden luokittelu.....	128
8.2 Normaalijakauma	130
8.3 Havaintosarjan keskihajonta	132
8.4 Virhe-ellipsi.....	134
8.5 Tehtäviä.....	138
9. TAKYMETRIHAVAINTOJEN ESIKÄSITTELY	141
9.1 Takymetrin rakenne	141

9.2 Suuntien ja etäisyyksien mittaus	144
9.4 Sarjahavainnot	149
9.5 Etäisyyksien reduktiot	153
9.6 Refraktio ja Maan kaarevuus	157
9.7 Tehtäviä	158
10. YHTÄLÖRYHMÄN RATKAISU	161
10.1 Matriisit	161
10.2 Peruslaskutoimitukset matriiseilla	163
10.3 Lineaarisen yhtälöryhmän ratkaisu	165
10.4 Derivointisääntöjä	169
10.5 Taylorin sarjakehitelmä	170
10.6 Epälineaarisen yhtälöryhmän ratkaisu	171
10.7 Tehtäviä	173
11. SATUNNAISVIRHEIDEN KASAUTUMINEN	177
11.1 Satunnaisvirheiden neliöllinen yhdistäminen	177
11.2 Mittauksen matemaattinen malli	178
11.3 Satunnaisvirheiden kasautumislaki	180
11.4 Absoluuttiset ja suhteelliset virhe-ellipsit	182
11.5 Pitkittäis- ja poikittaisvirheet	185
11.6 Tehtäviä	186
12. TASOITUSLASKENTA	191
12.1 Pienimmän neliösumman periaate	192
12.2 Funktionaalisen mallin muodostaminen	195
12.3 Esimerkki funktionaalisen mallin muodostamisesta	198
12.4 Havaintojen painotus	199
12.5 Pienimmän neliösumman ratkaisun vaiheet	201
12.6 Yleisen tapauksen ratkaisu	204
12.7 Ehtoyhtälötasoituksen ratkaisu	204
12.8 Virheyhtälötasoituksen ratkaisu	205

12.9 Stokastisen mallin testaus	206
12.10 Laskentatulosten tarkkuus	208
12.11 Karkeiden virheiden paikantaminen	209
12.12 Vapaa verkkotasoitus	213
12.13 Tehtäviä	214
13. HELMERTIN MUUNNOS	219
13.1 Alkuasetelma	219
13.2 Helmertin muunnosyhtälöt tasossa	220
13.3 Muunnosparametrin ylimääritetyssä mittauksessa	223
13.4 Kolmiulotteinen Helmertin muunnos	227
13.5 Tehtäviä	230
14. VAPAA ASEMAPISTE	233
14.1 Takymetrimittausten funktionaalinen malli	233
14.2 Esimerkkimittauksen havaintojen esikäsittely	235
14.3 Asemapisteen korkeus	238
14.5 Koordinaatit pienimmän neliösumman menetelmällä	241
14.6 Tehtäviä	246
15. ABSOLUUTTINEN PAIKANNUS	249
15.1 GNSS	250
15.2 Havaintosuureet ja mittaustavat	252
15.3 Satelliittipaikannuksen tarkkuus	258
15.4 Absoluuttisen paikannuksen paikkaratkaisu	262
15.5 Paikkaratkaisun tarkkuus WGS84-järjestelmässä	270
15.6 Paikkaratkaisun tarkkuus horisonttijärjestelmässä	273
15.7 Tehtäviä	276
16. FOTOGRAMMETRINEN PISTETIHENNYS	279
16.1 Fotogrammetrinen kartoitusprosessi	280
16.2 Kartoituslennon kuvaussuunnitelma	284
16.3 Kiertomatriisi ja funktionaalinen malli	293

16.4 Kuvien orientoinnit.....	298
16.5 Kuvablokin orientointi pistetihennyksellä	300
16.6 Ortokuva.....	304
16.7 Automatisoitu mittausprosessi.....	307
16.8 Tehtäviä.....	310
KIRJALLISUUTTA.....	313
INTERNETSIVUSTOJA	321
TEHTÄVIEN VASTAUKSIA	325

ALKUSANAT

Geometria ja geodesia tarkoittavat Maan mittauksia. Geometria on matematiikan osa-alue, joka kreikan kielessä sananmukaisesti tarkoittaa Maan mittauksia. Myös geodesia tulee kreikan kielestä, missä se tarkoittaa Maan jakamista. Geodesia on yksi monista geofysiikan tieteenaloista. Sen nimissä tutkitaan Maan mittaamisen geofysikaalisia ja matemaattisia perusteita.

Tämän kirjan pääotsikko on 'Maan mittauksia' ja näkökulma tarkasteltaviin asioihin on matemaattinen. Sen vuoksi kirjan alaotsikko on 'Mittausten laskenta'. Kirjan pääaiheet liittyvät sijaintimittausten matematiikkaan, koska nykyaikaiset Maan mittaukset ovat sijaintimittauksia. Tarkasteltava matematiikka on geometriaa, erityisesti analyttistä geometriaa, numeerista laskentaa, ja tilastomatemattista estimointia. Kirjassa vältellään perinteistä maanmittaustekniikka-nimikettä, koska maanmittaustekniikassa on mittausteknisten asioiden rinnalla tärkeää kiinteistöjärjestelmään, maankäyttöön ja paikkatietotekniikkaan (GIS) liittyvät aiheet. Näitä asioita ei tässä kirjassa käsitellä.

Kirjan julkaisemisella pitää olla jokin tarkoitus. Olen pohtinut tätä kovasti. Olen aikaisemmin julkaissut Mittaus- ja kartoitustekniikan perusteet -kirjan. Sen ensimmäinen painos ilmestyi vuonna 2008 ja uudistettu neljäs painos vuonna 2012. Kirja oli tarkoitettu maastossa ja rakennustyömailla tehtävien mittauksien perusteiden opiskeluun ammattikorkeakoulujen maanmittaus- ja rakennustekniikan tutkinto-ohjelmissa. Kirjaa on käytetty myös maanmittausalan perustutkintoon liittyvissä koulutuksissa. Tämä kirja ei ole Mittaus- ja kartoitustekniikan perusteet -kirjan uusintapainos vaan itsenäinen oppikirjatyypinen julkaisu, jossa pyritään perustelemaan matematiikan avulla nykyaikaisten Maan mittauksien asioita ja menetelmiä. Näkökulma on aikaisempaa matemaattisempi. Kirja on tarkoitettu ensisijaisesti opintojen tueksi korkeakoulutasoisissa opinnoissa, mutta myös maanmittausteknisissä ammateissa toimiville henkilöille.

Kirjalla on edellä kerrottujen yleisten tarkoitusten rinnalla myös henkilökohtaisia tarkoituksia ja merkityksiä. Ensimmäiset kosketukseni Maan mittauksiin sain vuonna 1974 aloittaessani rakennusinsinööriopinnot Tampereen teknillisessä korkeakoulussa. Sen jälkeen työtehtäväni ja jatko-opintoni ovat liittyneet maanmittaustekniikkaan, erityisesti geodesiaan ja fotogrammetriaan. Fotogrammetria tarkoittaa valokuvien avulla tehtäviä mittauksia. Olen toiminut maanmittausalalla jossakin roolissa jo 45 vuotta. Vuosien varrella olen kirjoittanut, laskenut ja piirtänyt varastoon suuren määrän tekstejä, mittausteknisten ongelmien matemaattisia

ratkaisuja ja asioita selittäviä kuvia. Haluan, että nämä tuotokset ovat parhailta osiltaan tulevien ja jo ammatissa toimivien Maan mittaajien käytettävissä.

Teknisen kehityksen myötä näkemys Maan mittaamisesta on muuttunut. Perinteisesti mittaaja pystytti mittauskohjeensa huolellisesti kiintopisteelle, harkitsi mitä mittasi, tähtäsi, ja mittasi kohteesta yksittäisiä pisteitä. Tarvittaessa mittauspisteitä yhdistettiin viivoiksi, alueiksi ja pinnoiksi esimerkiksi kartan tuottamista varten. Nykyiset mittaustekniikat mahdollistavat kohteen lähes automaattisen mittaamisen kohteen kattavalla mittauspisteiden pilvellä. Sitten jälkeinpäin katsotaan toimistossa, mitä mittauksista saadaan irti tulkitsemalla ja mallintamalla kohde tietotekniikan tarjoamin keinoin. Kaikesta teknisestä kehityksestä huolimatta mittauseriaatteissa ja asioiden perusteluissa on tapahtunut vain vähän muutoksia. Minua on rohkaissut kirjoittamaan, että matematiikan näkökulmasta asioita perustelevalle kirjalla saattaa olla lukijoita vuosienkin kuluttua.

Tietokirjan kirjoittaminen on pitkäjänteistä työtä. Osa tämän kirjan teksteistä ja kuvista on peräisin jo 40 vuoden takaa. Olen vuosikymmenten varrella muokannut kirjan tekstejä, kuvia, tehtäviä ja niiden ratkaisuja omaan aikaansa sopiviksi. Kirjan varsinainen tekovaihe on kestänyt yli kolme vuotta. Tänä aikana kirjan alkuperäinen sisältö ja rakenne ovat muuttuneet ja rajautuneet. Kaikki haluamani ei vain ole sopinut yhteen kirjaan.

Pohjimmiltaan ja loppujen lopuksi tämä on hyvin henkilökohtainen kirja. Se kertoo jotain omasta oppimisestani. Osa kirjan sisällöistä on enemmän oppimisen kuin tieteen tarkoituksessa tehtyjä matemaattisia harjoituksia.

Olen varmaankin vanhanaikainen ihminen. Nykyisin ihmisillä on tapana hakea nopeita totuuksia ja ratkaisuja Internetistä. Vierastan tällaista näennäistä helppoutta. Maailmassa on paljon tietoa, jonka perusteltu sanominen vaatii edelleen kirjoja, ja osaamista, jonka hankkiminen vaatii vuosien harjoittelun. Tämä kirja ei tarjoa nopeasti ja helposti omaksuttavia asioita. Älä siis tartu tähän kirjaan kevein perustein.

KESKEISET KÄSITTEET

Geofysiikka	Geofysiikka on Maan kiinteän osan, vesikehän, ilmakehän ja magnetosfäärin fysikaalisia ominaisuuksia ja ilmiöitä tutkiva tiede. Geofysiikan tiedeperheeseen luetaan kuuluvaksi useita Maata tutkivia tieteenaloja.
Geodesia	Geodesia on geofysiikan tiedeperheeseen kuuluva tieteenala, joka käsittelee Maan koon ja muodon mittaamista ja maanpinnan kohteiden kuvaamista. Geodesia muodostaa maanmittauksen tieteellisen perustan mittaamisen ja kartoittamisen näkökulmasta.
Maanmittausala	Maanmittausala on tekniikan ammattiala, jolla toimivien ammattilaisten tehtävinä on tuottaa mittauksia ja paikkatietoja, hoitaa kiinteistömuodostustehtäviä ja kiinteistöjärjestelmän rekistereitä, sekä suunnitella ja ohjata maankäyttöä. Alan tarjoamat palvelut hyödyntävät yhteiskunnan eri toimialueiden, yritysten ja kansalaisten tarpeita.
Sijaintimittaukset	Maan mittaajat tekevät sijaintimittauksia. Niiden avulla määritetään mittauskohteiden koordinaatit, jotka ovat kahden tai kolmen mittaluvun ryhmiä. Koordinaatit ovat joko kulmamittaisia maantieteellisiä koordinaatteja tai metrimittaisia suorakulmaisia koordinaatteja. Usein mittauksissa erotetaan taso- ja korkeussijainnista.
Koordinaatisto	Koordinaatisto on tapa esittää kohteen sijainti matemaattisten täsmällisesti. Koordinaatistot voivat olla esimerkiksi suorakulmaisia taso- ja avaruuskoordinaatistoja tai napakoordinaatistoja.
Koordinaattijärjestelmä	Koordinaattijärjestelmä on Maahan kiinnitetty koordinaatisto. Kun koordinaatisto on sijainnin ilmaisun idea, on koordinaattijärjestelmä idean toteutus. Se on olemassa kiintopisteiden muodossa, pultattuna kiviin.

Tasosijainti	Kohteen tasosijainti ilmoitetaan kahden koordinaatin avulla pallo- tai tasopinnalla. Maapallon pinnalla käytetään kulmamittaisia maantieteellisiä koordinaatteja. Tasopinnalla käytetään metrimittaisia suora- kulmaisia karttakoordinaatteja.
Korkeussijainti	Korkeussijainti ilmoitetaan korkeuden avulla. Korkeus on kohteen etäisyys sovitusta vertailupinnasta. Yleensä vertailupintana on merenpinnan taso. Tällöin korkeus on kohteen etäisyys merenpinnasta ja sen ajatellusta jatkeesta geoidista.
Aito 3D-sijainti	Kun satelliittipaikannusta tehdään maakeskisessä kolmiulotteisessa suorakulmaisessa koordinaatistossa, ei ole mahdollista erottaa taso- ja korkeussijainteja toisistaan. Tällöin mittaus tapahtuu aidosti kolmiulotteisessa koordinaatistossa, ja mitattu sijainti on aito 3D-sijainti.
Kiintopisteet	Kiintopisteet ovat koordinaateiltaan ja/tai korkeudeltaan tunnettuja pisteitä, jotka on merkitty maastoon erityisillä pistemerkeillä. Niiden avulla mittauksissa kiinnitytään mittauspaikan koordinaatti- ja korkeusjärjestelmiin. Kiintopisteitä kutsutaan myös runkopisteiksi, lähtöpisteiksi, liitospisteiksi ja tukipisteiksi.
Runkomittaukset	Kiintopisteiden koordinaatit ja korkeudet määritetään erityisten runkomittausmenetelmien avulla. Runkomittauksia kutsutaan myös kiintopistemittauksiksi.
Vaaituskoje	Vaaituskojeella mitataan korkeuseroja merenpinnan suhteen. Mittauksessa tarvitaan vaaituskojeen lisäksi latta, joka on pystysuorassa pidettävä mitta-asteikko.
Takymetri	Takymetrillä mitataan vaakasuuntia, pystykulmia ja etäisyyksiä. Mittauksista lasketaan koordinaatteja ja korkeuksia. Etäisyydenmittaus tapahtuu elektro- optisesti. Takymetrit sisältävät tietokoneen, jonka

Maan mittauksia - Mittausten laskenta on oppikirjatyypinen julkaisu, jossa perustellaan matematiikan avulla nykyaikaisten Maan mittausten menetelmiä. Tarkasteltavat mittaukset ovat sijaintimittauksia, jotka tehdään teknisesti jossakin koordinaatti- ja korkeusjärjestelmässä. Kirjassa kuvataan koordinaattijärjestelmän koordinaatistot, ja kerrotaan, kuinka takymetrillä, satelliittipaikantimella ja kartoituslennokilla mitatut havainnot muunnetaan koordinaateiksi.

Kirja on tarkoitettu ensisijaisesti korkeakoulutasoisissa opinnoissa käytettäväksi, mutta myös maanmittausteknisissä ammateissa toimiville henkilöille. Se ei ole minkään tietyn opintojakson oppimateriaali. Parhaiten kirja soveltuu opetusta ja itseopiskelua tukevaksi lähdemateriaaliksi.

Kirja on hyvin matemaattinen. Siihen sisältyy lähes 500 kaavaa ja 180 tehtävää. Se esittelee Maan mittauksiin liittyvää erityisosaamista. Kaikkien Maan mittaajien ei tarvitse tällä tavoin suuntautua. Yleisesti on kuitenkin tärkeää alan tulevaisuuden kannalta, että siihen liittyy erityisosaamista. Ilman sitä millään teknistieteellisellä ammattikunnalla ei ole kovin varmaa tulevaisuutta.

Maailmassa on paljon tietoa, jonka perusteltu sanominen vaatii edelleen kirjoja, ja osaamista, jonka hankkiminen vaatii vuosien harjoittelun. Tämä kirja ei tarjoa nopeasti ja helposti omaksettavia asioita. Älä siis tartu tähän kirjaan kevein perustein.

